

# PENGUKURAN

..... bila seseorang dapat memberikan ukuran kepada sesuatu yang dibicarakannya serta menyatakan dalam angka-angka, ia memang tahu tentang apa yang dibicarakannya; tetapi bila ia tidak mampu mengungkapkannya dalam angka-angka, berarti pengetahuannya dangkal dan tidak memuaskan ...  
(Lord Kelvin, 1824-1907)

## • Aksioma dalam Pengukuran

- Aksioma 1. Tidak ada pengukuran yang memberikan hasil tanpa kesalahan (ketidakpastian)
- Aksioma 2. Hasil pengukuran hampir tidak berarti (berguna), kecuali kesalahan (ketidakpastian) yang terkait dengan pengukuran itu dinyatakan juga.

## • Ketidakpastian dalam Pengukuran

- Presisi (*precision*): menginformasikan kepastian dari hasil pengukuran (presisi dihubungkan dengan seberapa banyak angka signifikan yang terdapat dalam pernyataan hasil pengukuran).
- Akurasi (*accuracy*): menginformasikan seberapa dekat hasil pengukuran terhadap nilai “sebenarnya” dari kuantitas/besaran terukur.



## Contoh pengertian presisi dan akurat:

Kecepatan cahaya ( $c$ ) berdasarkan perhitungan teoritis sama dengan  $3 \times 10^8$  m/s.

### **Hasil pengukuran:**

1. Pengukuran pertama:

$$c = 2,9998 \times 10^8 \text{ m/s}$$

perbedaan nilai ini terhadap nilai teoritisnya menginformasikan tingkat akurasinya

2. Pengukuran kedua:

$$c = 2,9999 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Akurasi hasil pengukuran bertambah, tetapi presisi hasil pengukuran tetap.

3. Pengukuran ketiga:

$$c = 2,99995 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Akurasi dan presisi hasil pengukuran meningkat.

### • Jenis Ketidakpastian

#### ▪ Ketidakpastian Sistematis

Ketidakpastian sistematis didapatkan dari serentetan pengukuran dengan cara yang sama

Misalnya:

Sebuah mikrometer mempunyai pembacaan nilai nol 0,004 mm, apabila rahangnya ditutup. Jika nilai ukur dari mikrometer tersebut tidak dikoreksi, maka semua nilai ukur akan mempunyai kesalahan sistematis sebesar 0,004 mm.

#### ▪ Ketidakpastian Acak

Ketidakpastian acak (kebetulan, statistik, atau eksperimen), jika betul-betul acak, akan mempunyai keboleh-jadian ke arah negatif dan positif yang sama. Ketidakpastian acak tidak dapat dihilangkan dengan mengoreksi nilai ukur, tetapi dapat dipertanggung-jawabkan dengan sebuah interval ketidakpastian. Ketidakpastian acak dapat dikurangi dengan meningkatkan presisi pengukuran.

## ARTI PENTING KETIDAKPASTIAN PENGUKURAN

**Contoh kasus:** “Apakah sebuah cincin terbuat dari emas atau logam campuran”

**Diketahui :**

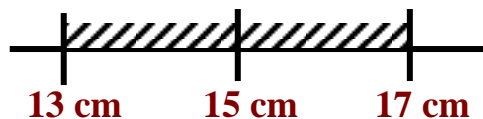
- \*) massa jenis emas =  $15,5 \text{ g/cm}^3$
- \*) massa jenis logam campuran =  $13,8 \text{ - } 15,5 \text{ g/cm}^3$

▪ **Hasil pengukuran tunggal:**

- \*) massa jenis cincin =  $15 \text{ g/cm}^3$
- \*) Apa kesimpulannya? cincin dari emas atau logam campuran?

▪ **Hasil pengukuran berulang:**

- \*) massa jenis cincin =  $(15 \pm 2) \text{ g/cm}^3$
- \*) Apa kesimpulan kita ? cincin dari emas atau logam campuran?



▪ **Hasil pengukuran berulang dengan alat yang lebih presisi dan akurat:**

- \*) massa jenis cincin =  $(13,9 \pm 0,3) \text{ g/cm}^3$



- \*) Apa kesimpulan kita? Cincin terbuat dari logam campuran.

## KETIDAKPASTIAN (*UNCERTAINTY*)

- **Ketidakpastian mutlak (*absolute uncertainty*)**

Hasil pengukuran seharusnya dituliskan dengan ketidakpastian mutlak sebagai berikut:

$$x = \bar{x} \pm \Delta x$$

dengan :  $\bar{x}$  = hasil terbaik (nilai rata - rata)

$\Delta x$  = ketidakpastian absolute

Contoh:

$$x = 25,0 \text{ m} \pm 0,5 \text{ m}$$

$$x = (1,34 \pm 0,01) \times 10^3 \text{ kg}$$

- **Ketidakpastian seharusnya hanya dituliskan dengan satu angka signifikan (*one significant figure*), contoh:**

$$66,5 \text{ s} \pm 0,88135 \text{ s} \quad (\text{salah/incorrect})$$

$$66,5 \text{ s} \pm 0,9 \text{ s} \quad (\text{betul/correct})$$

$$89000 \text{ mm}^2 \pm 270 \text{ mm}^2 \quad (\text{salah/incorrect})$$

$$(8,90 \pm 0,03) \times 10^4 \text{ mm}^2 \quad (\text{betul/correct})$$

Hasil seharusnya tidak boleh dinyatakan dengan angka signifikan yang melebihi ketidakpastian yang mengikutinya, contoh:

$$4,376 \pm 0,2 \quad (\text{salah})$$

$$4,4 \pm 0,2 \quad (\text{betul})$$

$$(1,2433 \pm 0,1) \times 10^4 \quad (\text{salah})$$

$$(1,2 \pm 0,1) \times 10^4 \quad (\text{betul})$$

- **Estimasi ketidakpastian mutlak (*estimating the absolute uncertainty*)**

- Ketidakpastian dalam pembacaan tunggal (*single reading*)

Gunakan setengah skala terkecil dari instrumen yang digunakan, atau ketidakpastian dari alat ukur (jika dinyatakan)

### Contoh:

Jika pembagian skala terkecil alat ukur 1 mm, ketidakpastian mutlak pada pengukuran tunggal dengan alat ukur ini adalah  $\pm 0,5$  mm.

- Ketidakpastian dalam pengukuran berulang (*repeated measurement*)  
Gunakan kesalahan baku (*standard error*) dari nilai rata-rata pengukuran. Kesalahan baku dari rata-rata adalah:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{N}}$$

dengan:  $\sigma_{n-1}$  = simpangan baku dalam pengukuran (*standard deviation*)  
 $N$  = jumlah pengulangan dari pengukuran

### Contoh:

Hasil pengukuran :

12,2 g, 12,3 g, 12,6 g, 11,9 g, 12,7 g, 12,4 g

Rata-rata = 12,35 g

Simpangan baku (*standard deviation*) = 0,288

Pengulangan = 6

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{0,228}{\sqrt{6}} = 0,12$$

maka hasilnya adalah 12,35 g  $\pm$  0,12 g, penulisan akhir adalah : 12,4 g  $\pm$  0,1 g atau (12,4  $\pm$  0,1 ) g.

### ▪ Ketidakpastian Relatif dan Persentase (*Relative and Percentage Uncertainty*)

- Ketidakpastian relatif =  $\frac{\text{ketidakpastian mutlak}}{\text{nilai ukur}} = \frac{\Delta x}{x}$
- Ketidakpastian persentase = ketidakpastian relatif  $\times 100\% = \frac{\Delta x}{x} \times 100\%$

### Contoh:

$$25,0 \pm 0,5 \text{ m}$$

$$\text{Ketidakpastian relatif} = 0,5/25 = 0,02$$

$$\text{Ketidakpastian persentase} = 0,02 \times 100\% = 2 \%$$

$$\text{Sehingga: } 25,0 \text{ m} \pm 0,5 \text{ m} = 25,0 \text{ m} \pm 2\%$$

- Perhitungan ketidakpastian untuk fungsi trigonometri dan logaritma

#### Contoh untuk fungsi trigonometri:

$$\text{Jika } x = (30 \pm 1)^\circ,$$

$$\Delta x = 1^\circ$$

$$\cos x = 0,866$$

$$\cos 31^\circ = 0,857$$

$$\cos 29^\circ = 0,875$$

$$\Delta(\cos x) = |0,857 - 0,875|/2 = 0,009$$

$$\text{sehingga, } \cos x = \mathbf{0,866 \pm 0,009}$$

#### Contoh untuk fungsi logaritma:

$$\text{Jika } x = 1,75 \pm 0,02,$$

$$\Delta x = 0,02$$

$$\ln x = 0,5596$$

$$\ln 1,77 = 0,5710$$

$$\ln 1,73 = 0,5481$$

$$\Delta(\ln x) = |0,5710 - 0,5481|/2 = 0,0114$$

$$\text{sehingga, } \ln x = \mathbf{0,56 \pm 0,01}$$

## ▪ Rumus Praktis Perambatan Ketidakpastian

Diasumsikan bahwa besaran terukur  $A$  dan  $B$  tidak saling tergantung (*independent measurements*) dan masing-masing mempunyai ketidakpastian mutlak  $\Delta A$  dan  $\Delta B$ . Jika besaran  $X$  ditentukan dari nilai  $A$  dan  $B$ , ketidakpastian  $\Delta X$  ditentukan sebagai berikut:

- Jika  $X = A + B$  atau  $X = A - B$  maka

$$\Delta X = \sqrt{(\Delta A)^2 + (\Delta B)^2}$$

- Jika  $X = AB$  atau  $X = A/B$  maka,

$$\frac{\Delta X}{X} = \sqrt{\left(\frac{\Delta A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\Delta B}{B}\right)^2}$$

- Jika  $X = A^n$  maka,  $\frac{\Delta X}{X} = n \frac{\Delta A}{A}$

- Jika  $X = kA$  maka,  $\Delta X = k\Delta A$  atau  $\frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta A}{A}$

- Jika  $X = kA + B$  atau  $X = kA - B$  maka,

$$\Delta X = \sqrt{(k\Delta A)^2 + (\Delta B)^2}$$

- Jika  $X = kAB$  atau  $X = kA/B$  maka

$$\frac{\Delta X}{X} = \sqrt{\left(\frac{\Delta A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\Delta B}{B}\right)^2}$$

- Jika  $X = kA^n$  maka  $\frac{\Delta X}{X} = n \frac{\Delta A}{A}$

- Jika  $X = A + B - C + D$  maka,

$$\Delta X = \sqrt{(\Delta A)^2 + (\Delta B)^2 + (\Delta C)^2 + (\Delta D)^2}$$

- Jika  $X = \frac{AB}{CD}$  maka,

$$\frac{\Delta X}{X} = \sqrt{\left(\frac{\Delta A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\Delta B}{B}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C}{C}\right)^2 + \left(\frac{\Delta D}{D}\right)^2}$$

### Contoh perhitungan ketidakpastian:

Jika diketahui  $m=(133,2\pm 0,2)$  g,  $V_1=(5,1\pm 0,1)$  cm<sup>3</sup>, dan  $V_2=(22,3\pm 0,1)$  cm<sup>3</sup> ketidakpastian  $\rho$  dengan persamaan:

$$\rho = \frac{m}{V_2 - V_1}$$

dapat dihitung sebagai berikut:

Besaran	Nilai ukur dan K.M.	Satuan	K.R.
$M$	$133,2 \pm 0,2$	g	0,0015
$V_1$	$5,1 \pm 0,1$	cm <sup>3</sup>	0,0196
$V_2$	$22,3 \pm 0,1$	cm <sup>3</sup>	0,0045
$V_2 - V_1$	$17,2 \pm 0,2$	cm <sup>3</sup>	0,0082

Keterangan :

K.M. = ketidakpastian mutlak

K.R. = ketidakpastian relatif

$V_2 - V_1$  dimisalkan sebagai  $x$ , sehingga:

$$\Delta x = \sqrt{(\Delta V_2)^2 + (\Delta V_1)^2} = 0,1414$$

maka nilai  $\rho$  :

$$\rho = \frac{m}{V_2 - V_1} = \frac{133,2}{17,2} = 7,744 \text{ g cm}^{-3}$$

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2}$$

$$\Delta \rho = \rho \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2} = 7,744 \sqrt{(0,0015)^2 + (0,0082)^2} = 0,064$$

Jadi,  $\rho = (7,74 \pm 0,06) \text{ g cm}^{-3}$