

Materi Kuliah Fisika Dasar II
[Pokok Bahasan 2]
MEDAN LISTRIK DAN HUKUM GAUSS

Drs. Ishafit, M.Si.

Program Studi Pendidikan Fisika Universitas Ahmad Dahlan

- **Medan Listrik**

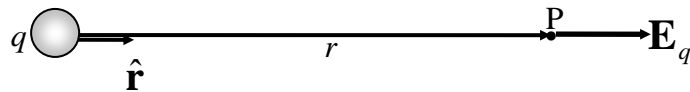
Medan adalah sebuah abstraksi yang digunakan untuk menjelaskan sifat tertentu dari ruang. Suatu titik di dalam ruang dikatakan bermedan listrik jika gaya listrik bekerja pada muatan listrik yang ditempatkan di titik tersebut. Secara kuantitatif, medan listrik \mathbf{E} di suatu titik ditentukan oleh persamaan:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}_{q'}}{q'} \quad *) \quad (1)$$

dalam hal ini q' disebut muatan uji. Muatan uji q' (*test charge*) yang dibunakan untuk mengukur \mathbf{E} haruslah sangat kecil, sehingga kehadirannya tidak mengubah distribusi muatan yang menimbulkan \mathbf{E} . Dengan demikian, pendefinisian medan listrik dengan persamaan di atas*) dituliskan menjadi:

$$\mathbf{E} = \lim_{q' \rightarrow 0} \frac{\mathbf{F}_{q'}}{q'} \quad (2)$$

Medan listrik di setiap titik berjarak r dari suatu muatan q adalah:



$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \quad (3)$$

Medan listrik oleh sistem muatan berdistribusi diskrit adalah:

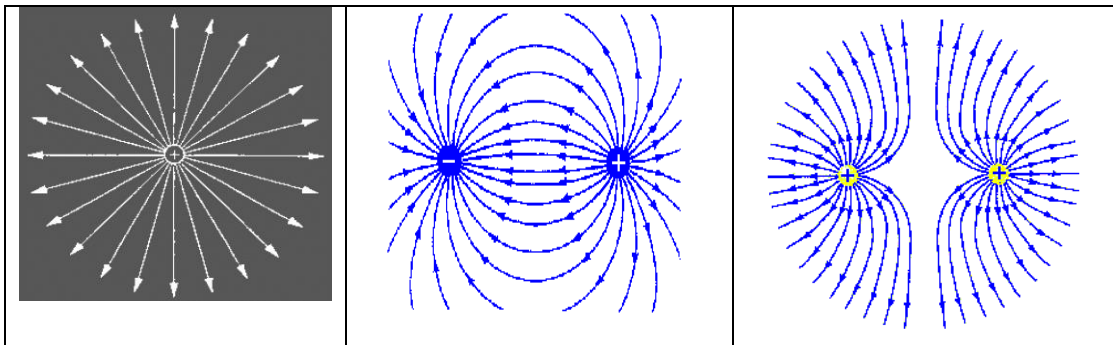
$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \dots + \mathbf{E}_n = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i^2} \hat{\mathbf{r}}_i \quad (4)$$

Medan listrik oleh sistem muatan berdistribusi kontinyu dinyatakan oleh persamaan:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \quad (5)$$

- **Representasi Grafik dari Medan Listrik (Garis-Garis Gaya)**

Arah dari medan listrik untuk muatan positif adalah ke arah luar secara radial dari muatan. Sedangkan arah medan listrik oleh muatan negatif adalah secara radial menuju muatan. Besar dan arah vektor medan listrik dapat diwakili oleh garis gaya yang digambarkan dengan anak panah. Makin jauh letak titik dari muatan sumber q makin kecil nilai E sehingga anak panah menjadi semakin pendek. Penggambaran garis gaya medan listrik menurut Faraday adalah sebagai berikut:

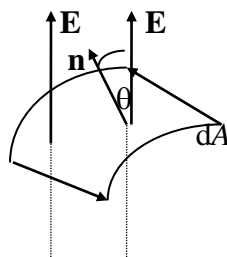


- **Fluks Medan Listrik**

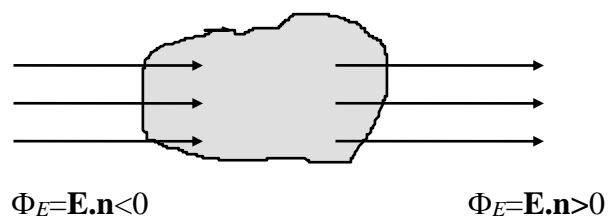
Fluks diartikan sebagai jumlah garis-garis gaya. Fluks medan listrik (Φ) didefinisikan sebagai hasil kali skalar antara vektor medan listrik \mathbf{E} dan vektor luasan $d\mathbf{A} = \mathbf{n}dA$, yaitu:

$$d\Phi_E = \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = (\mathbf{E} \cdot \mathbf{n})dA = E_n dA \quad (6)$$

dengan: $E_n = E \cos \theta$ dan \mathbf{n} adalah vektor satuan tegak lurus dA .



Arah \mathbf{n} sesuai dengan arah maju mundur skrup bila diputar mengitari tepi-tepi bidang dA . Bila dA merupakan bagian dari permukaan tertutup (misal kubus, bola, dan lain-lain) maka arah positif \mathbf{n} sama dengan arah ke luar dari volume yang tertutup. Akibatnya $\Phi_{\text{masuk}} < 0$ dan $\Phi_{\text{ke luar}} > 0$.



Dari uraian di atas kita dapatkan bahwa:

$$E_n = \frac{d\Phi_E}{dA} \quad (7)$$

yang berarti bahwa medan listrik yang menembus tegak lurus suatu luasan sebanding jumlah garis-garis medan persatu satuan luas. Bila ingin dihitung seluruh sumbangan dari masing-masing unsur luasan dA maka diperoleh fluks total (garis-garis gaya keseluruhan yang keluar menembusi suatu luasan tertutup A), yaitu:

$$\Phi_E = \oint_A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \oint_A E_n dA \quad (8)$$

- **Hukum Gauss**

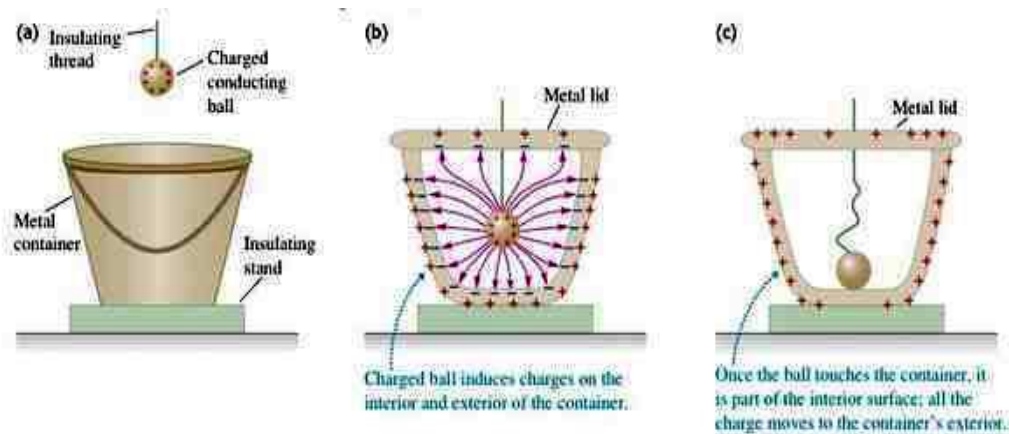
Hukum Gauss menyatakan bahwa: Fluks medan listrik yang ke luar dari suatu permukaan tertutup sembarang yang melingkupi muatan-muatan q_1, q_2, \dots adalah :

$$\Phi_E = \oint_A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \oint_A E_n dA = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \quad (9)$$

dengan: $Q_{\text{int}} = \sum_i q_i$ (di dalam A), dan A dinamakan luasan Gauss.

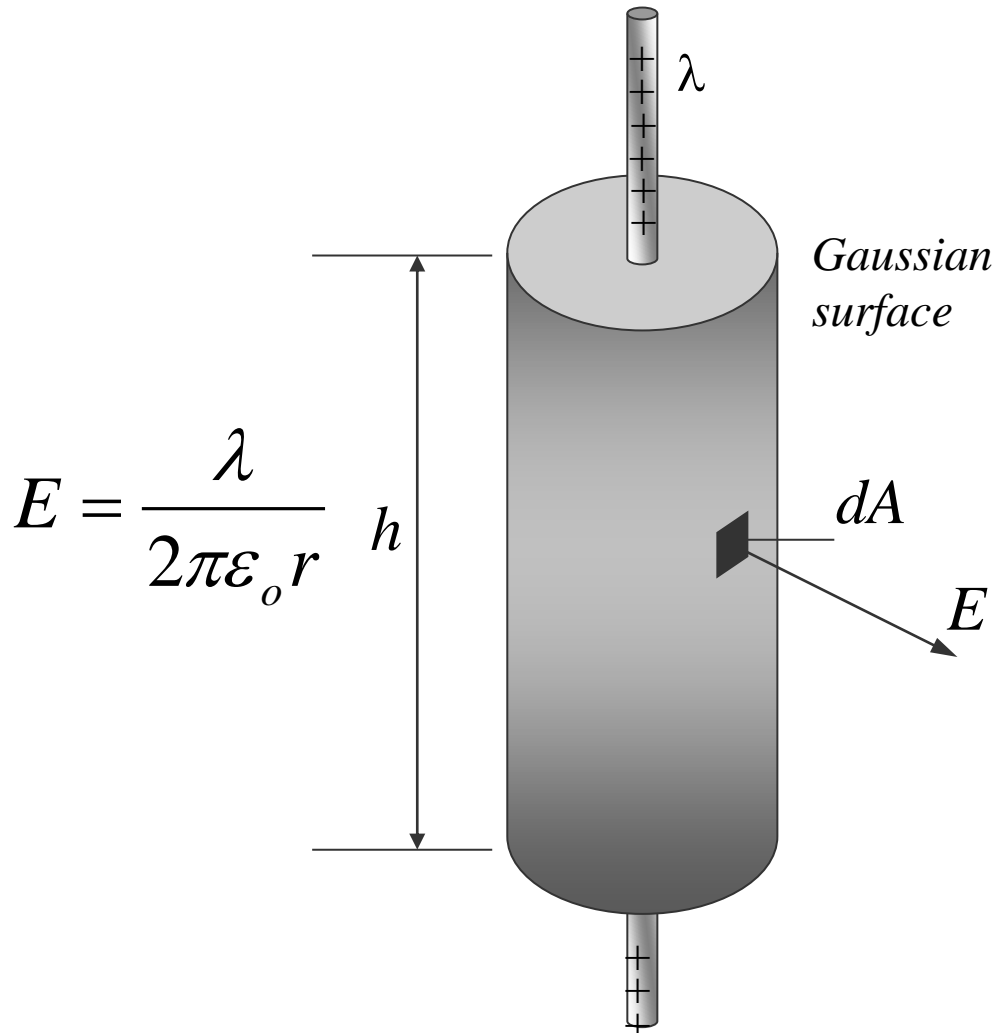
- Pengujian eksperimen terhadap Hukum Gauss disajikan dalam gambar berikut ini:

Wadah awalnya tidak bermuatan. Kemudian kita menggantungkan bola logam bermuatan dari benang pengisolasi, menurunkannya ke dalam wadah, dan meletakkan tutupnya. Muatan diinduksi pada dinding wadah, seperti pada grafik (b). Tapi sekarang kita membiarkan bola menyentuh dinding bagian dalam (c). Permukaan bola menjadi bagian permukaan rongga. Jika hukum Gauss benar, maka muatan bersih pada permukaan rongga harus nol. Dengan demikian bola harus kehilangan semua muatannya. Dengan menarik bola dari wadah dan memverifikasi bahwa itu tidak bermuatan, dan bahwa muatan pada wadah tidak berubah, kita dapat memverifikasi hukum Gauss di bidang statis.

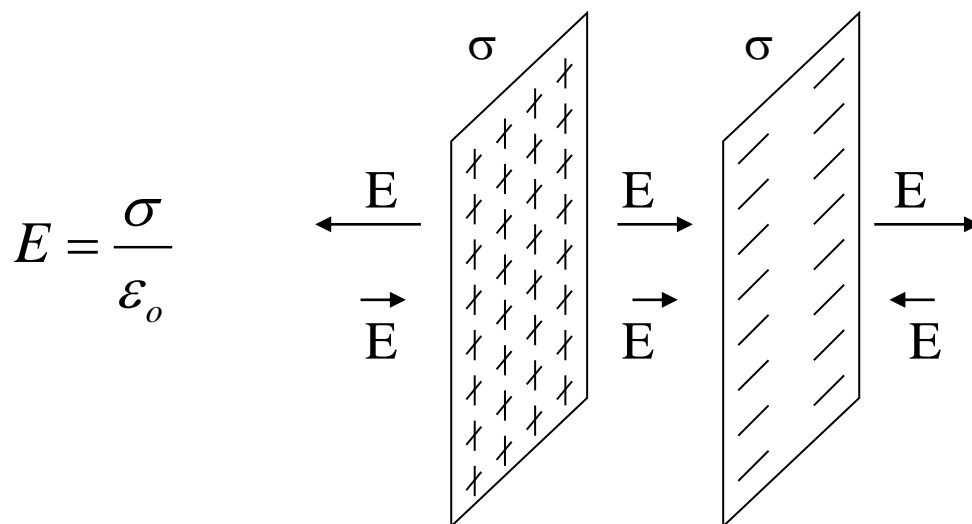


Contoh Perhitungan Medan Listrik dengan Hukum Gauss

- Medan Listrik oleh Muatan Garis

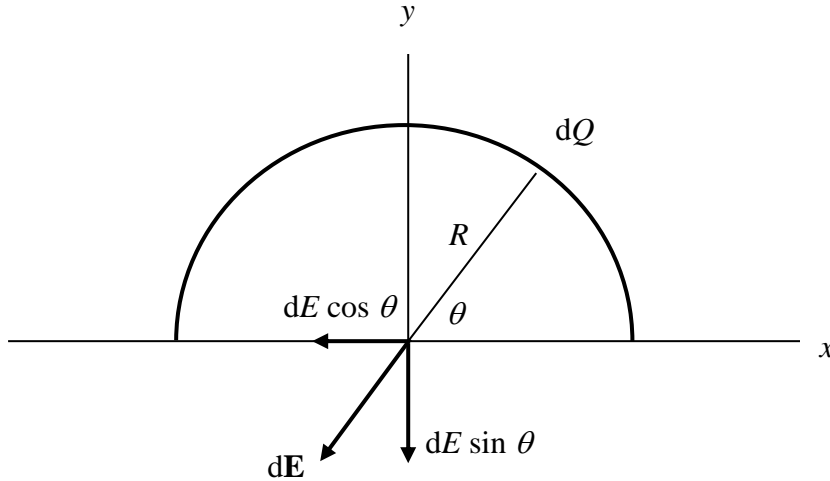


- Medan Listrik oleh Muatan Bidang



Contoh Soal:

$$dQ = \lambda ds = \frac{Q}{\pi R} R d\theta = \frac{Q}{\pi} d\theta \quad (10)$$



$$E_x = -k \int \frac{dQ}{r^2} \cos \theta = -\frac{kQ}{\pi R^2} \int_0^\pi \cos \theta d\theta = 0 \quad (11)$$

$$E_y = -k \int \frac{dQ}{r^2} \sin \theta = -\frac{kQ}{\pi R^2} \int_0^\pi \sin \theta d\theta \quad (12)$$

$$E_y = -\frac{2kQ}{\pi R^2} = -\frac{Q}{2\pi^2 \epsilon_0 R^2} \quad (13)$$

$$\mathbf{E} = -\frac{2kQ}{\pi R^2} \hat{\mathbf{j}} = -\frac{Q}{2\pi^2 \epsilon_0 R^2} \hat{\mathbf{j}} \quad (14)$$

$$\mathbf{E} = -\frac{2k\lambda}{R} \hat{\mathbf{j}} = -\frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 R} \hat{\mathbf{j}} \quad (15)$$

• **Gerak Partikel Bermuatan di dalam Medan Listrik**

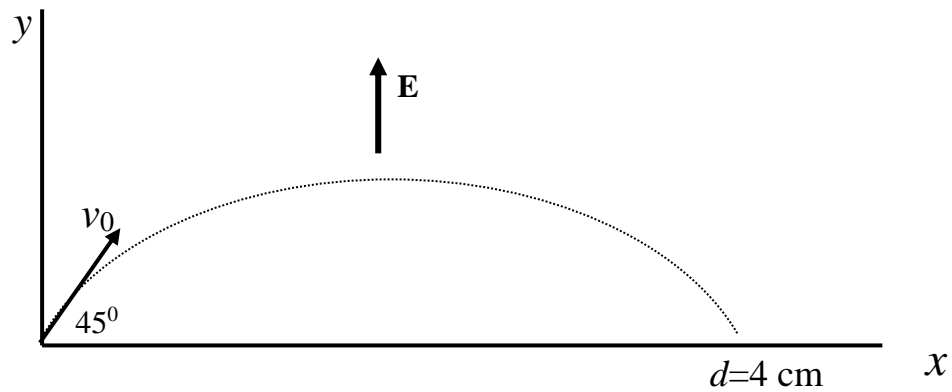
$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} \quad \mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{m} = \frac{q\mathbf{E}}{m} \quad (16)$$

$$y = y_0 + v_{oy}t + \frac{qEt^2}{2m} \quad (17)$$

$$v_y = v_{oy} + \frac{qEt}{m} \quad v_y^2 = v_{oy}^2 + \frac{2qE}{m}(y - y_0) \quad (18)$$

Contoh Soal:

1. Sebuah elektron ditembakkan dengan kelajuan 10^4 m/s dalam arah 45° di atas horizontal ke dalam daerah yang bermedan listrik vertical ke atas. Jika electron menempuh jarak horizontal $d=4$ cm sebelum kembali ke posisi-posisi vertikal awal, berapakah besar medan listrik tersebut?



$$x = v_{0x}t \quad y = v_{oy}t - \frac{qE}{2m}t^2$$

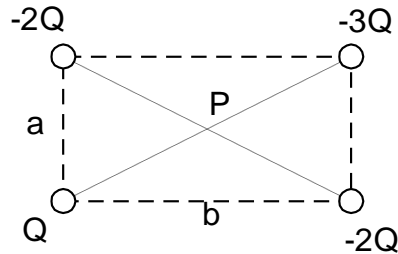
$$d = v_{0x}t \quad v_{oy} = \frac{qE}{2m}t$$

Dengan mengeliminasi t dan menggunakan hubungan $v_{ox} = v_{oy} = v_0/\sqrt{2}$ maka diperoleh:

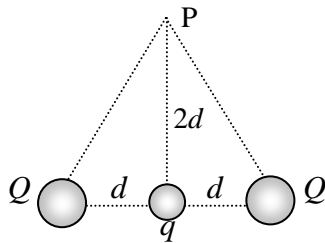
$$E = \frac{2mv_{0x}v_{oy}}{ed} = \frac{2mv_0^2}{ed}$$
$$E = \frac{(9,1 \times 10^{-31})(10^4)}{(1,6 \times 10^{-19})(4 \times 10^{-2})} = 1,4 \times 10^{-6} \text{ N/C} \quad \blacksquare$$

Soal Latihan:

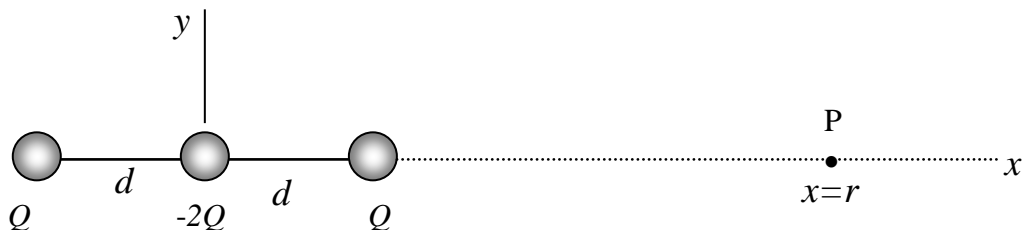
1. Empat buah muatan titik terletak pada titik-titik sudut segiempat (seperti gambar 2). Hitunglah medan listrik di titik P (jika $a=0,20$ m, $b=0,48$ m, dan $Q = 1,5 \times 10^{-9}$ C)



2. Tiga buah muatan berada pada posisi seperti gambar 1. Jika $Q=8,0 \mu\text{C}$ dan $d=0,5$ m. Tentukan besar muatan q agar medan listrik di titik P sama dengan nol.



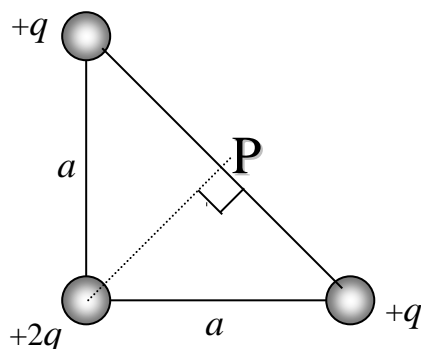
3. Tiga muatan titik berada dalam posisi seperti ditunjukkan gambar berikut:



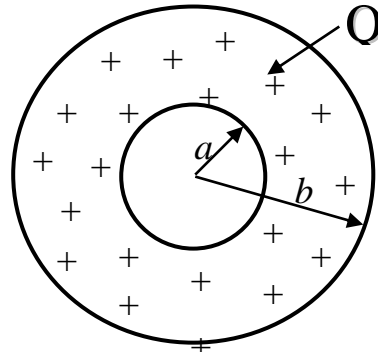
- (a) Tentukan medan listrik di titik P.
 (b) Bagaimana bentuk medan listrik di titik P untuk $r \gg d$.

Kunci Jawaban: (a) $\left[\frac{2kQd^2(3r^2 - d^2)}{r^2(r^2 - d^2)^2} \right] \hat{\mathbf{i}}$
 (b) $\left(\frac{6kQd^2}{r^4} \right) \hat{\mathbf{i}}$

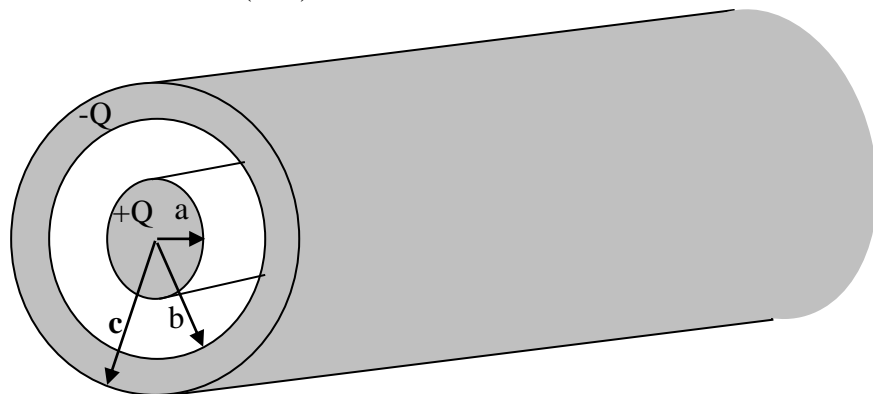
4. Hitunglah medan listrik \mathbf{E} (arah dan besarnya) di titik P untuk gambar 1 di bawah ini:



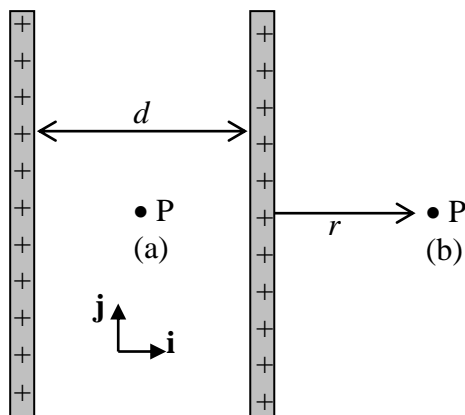
- Dua partikel masing-masing mempunyai muatan $5 \times 10^{-9} \text{ C}$ ditempatkan pada sumbu- x di $x=-3 \text{ m}$ dan $x=3 \text{ m}$. Hitunglah medan listrik di titik: a) $\mathbf{r} = 4\hat{\mathbf{j}} \text{ m}$, dan b) $\mathbf{r} = 2\hat{\mathbf{i}} \text{ m}$.
- Muatan positif Q terdistribusi merata di dalam sebuah bola pejal berongga (seperti pada gambar 2). Dengan menggunakan hukum Gauss, tentukan medan listrik: a) di luar bola pada jarak $r > b$ dari pusat bola, b) di dalam bola pada jarak $a < r < b$, dan c) di dalam rongga (di titik $r < a$).



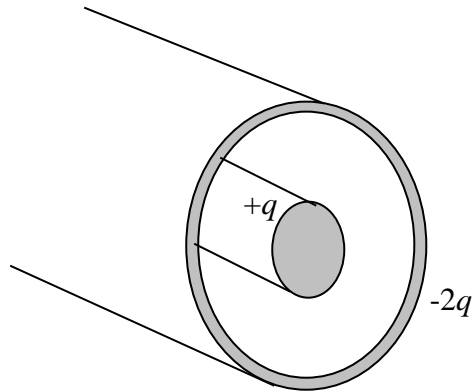
- silinder tak hantar (*non conducting*) dengan luas penampang berjari-jari a ditempatkan pada pusat kulit penghantar berbentuk silinder yang jari-jari dalamnya b dan jari-jari luarnya c (seperti gambar 1). Muatan Q didistribusikan secara kontinu diseluruh silinder dalam (kerapatan muatan ρ). Kulit luar mengangkut muatan $-Q$. Carilah $E(r)$: a) di dalam silinder pada $r < a$, b) di antara silinder dan kulit ($a < r < b$), c) di dalam kulit silinder ($b < r < c$), dan d) di luar kulit silinder ($r > c$).



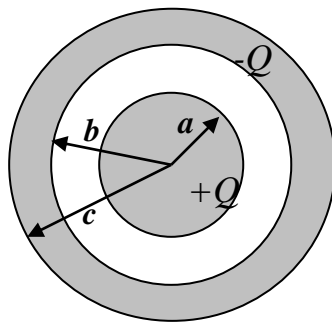
- Dua buah kawat sangat panjang berjarak d satu sama lain diberi muatan Q positif berdistribusi seragam (*uniform*) sepanjang kawat. Tentukan medan listrik E , (a) di titik P di tengah-tengah bidang antara kedua kawat, (b) di titik P di luar bidang antara kedua kawat (lihat gambar 1)



9. Sebuah silinder penghantar sangat panjang (panjangnya L) mengangkut muatan total $+q$ dikelilingi oleh sebuah kulit silinder penghantar yang muatan totalnya $-2q$, seperti diperlihatkan gambar 1. Gunakan hukum Gauss untuk mencari (a) medan listrik pada titik-titik di luar kulit silinder penghantar, (b) distribusi muatan pada kulit silinder penghantar, dan (c) medan listrik di dalam daerah antara silinder dengan kulit silinder penghantar.



10. Sebuah bola tak hantar (non conducting sphere) yang jari-jarinya a ditempatkan pada pusat sebuah kulit penghantar berbentuk bola yang jari-jari dalamnya b dan jari-jari luarnya c (seperti gambar 2). Muatan Q didistribusikan secara kontinu diseluruh bola dalam (kerapatan muatan ρ). Kulit luar mengangkut muatan $-Q$. Carilah $\mathbf{E}(r)$: a) di dalam bola ($r < a$), b) di antara bola dan kulit ($a < r < b$), c) di dalam kulit ($b < r < c$), dan d) di luar kulit ($r > c$). (e) Berapakah banyaknya muatan yang muncul pada permukaan dalam dan luar kulit tersebut?.



Daftar Pustaka:

Stanford, A. L. and Tanner, J. M., 1985, *Physics for Students of Science and Engineering*, Academic Press, Inc., Orlando, Florida.